Hinweise für Lehrkräfte

Die Angaben zu Hilfsmitteln, Aufgabenauswahl und Gewichtung im Wahlteil sind den folgenden Hinweisen zu entnehmen, die auch die Prüflinge erhalten:

Hinweise zum Wahlteil

Im Wahlteil sind 94 Bewertungseinheiten (BE) von insgesamt 120 BE erreichbar.

Am Ende jeder Teilaufgabe sind die erreichbaren Bewertungseinheiten angegeben.

Auswahl der Aufgaben

- Sie erhalten sechs Aufgaben in drei Blöcken.

Block 1 Analysis (46 BE)	Block 2 Stochastik (24 BE)	Block 3 Lineare Algebra / Analytische Geometrie (24 BE)
Aufgabe 1A	Aufgabe 2A	Aufgabe 3A
Aufgabe 1B	Aufgabe 2B	Aufgabe 3B

- **Wählen Sie aus jedem Block genau eine Aufgabe zur Bearbeitung aus.**

  Andere Kombinationen sind nicht zulässig.

- Auswahlzeit: 30 Minuten
- Bearbeitungszeit: 240 Minuten

Hilfsmittel für den Wahlteil

1. Zeichenmittel
2. eingeführter Taschenrechner vom Typ wie im Kopf der Aufgabe angegeben (mit Handbuch)
3. von der Schule eingeführte gedruckte Formelsammlung

Aufgabe 1A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	$f(1)-37\approx 2{,}6$ Die Temperatur am Ende des ersten Tages weicht um etwa 2,6°C von der Normaltemperatur ab. Der Ansatz $f(t)=37{,}9$ liefert die Lösungen t_1 und t_2 mit $t_1\approx 0{,}304$ und $t_2\approx 4{,}321$. Da $f(t)\geq 37{,}9$ für $t_1\leq t\leq t_2$ gilt, hat die Person ungefähr 4,0 Tage Fieber.	I	5	
	$f'(2)\approx -0{,}24$ Am Ende des zweiten Tages beträgt die momentane Temperaturabnahme ungefähr $0{,}2\,\frac{°C}{d}$.	I	2	
	Mögliche Aspekte sind zum Beispiel: • Wenn eine Person erkrankt, erreicht sie im Modell nicht mehr ihre Normaltemperatur. • Die Annahme einer Normaltemperatur von 37,0°C für gesunde Menschen trifft nicht auf alle zu. • Die Körpertemperatur bei Fieber wird deutlich mehr schwanken als im Modell angenommen.	I / II	4	
b)	Die größten Temperaturänderungen liegen dort vor, wo der Graph von f' Extremstellen hat. Für $t\geq 0$ erhält man mithilfe der Rechnerfunktionen für f' einen Hochpunkt an der Stelle $t_3=0$ und einen Tiefpunkt an der Stelle t_4 mit $t_4\approx 3{,}2$. Die Temperatur nimmt also zu Beginn am stärksten zu und nach ungefähr 3,2 Tagen am stärksten ab.	I / II	5	
	Der Graph von f fällt, wenn $f'(t)=\left(3-\frac{6}{7}t^2\right)\cdot e^{-\frac{1}{7}t^2}<0$ gilt. Da $e^{-\frac{1}{7}t^2}>0$ gilt, muss dann $\left(3-\frac{6}{7}t^2\right)<0$ sein. Dies ist im betrachteten Bereich nur für $t>\sqrt{3{,}5}\approx 1{,}9$ der Fall. Da die Temperatur sinkt, wenn sie die 37,5°C erreicht, bleibt sie also auch danach unter 37,5°C.	I / II	6	
c)	Die Exponentialfunktion g, die die Abnahme der Temperatur nach der Medikamenteneinnahme modellhaft beschreibt, erfüllt folgende Bedingungen: i. $g(3)=f(3)$ und $g(3{,}25)=37{,}6$ ii. Die Gerade zu $y=37$ ist eine Asymptote des Graphen von g.	II	2	
	Aus $g(3)=f(3)$ und ii. ergibt sich der Ansatz: $g(t)=(f(3)-37)\cdot e^{-k\cdot(t-3)}+37$, $t\geq 3$, $k>0$. $g(3{,}25)=37{,}6$ ergibt dann k mit $k\approx 5{,}69$. Mit diesem Wert für k hat die Gleichung $g(t)=37{,}9$ die Lösung t_5 mit $t_5\approx 3{,}18$. Ungefähr 0,2 Tage nach der Einnahme des Medikaments ist die Person fieberfrei.	II / III	7	

Fortsetzung Aufgabe 1A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

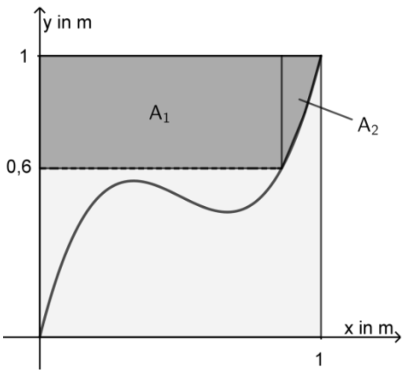
	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
d)	Da zum Beispiel $f_{0,1}(3) > f_{0,2}(3)$ gilt, gehört der Graph I zu $f_{0,1}$ und der Graph II zu $f_{0,2}$.	I	2	
	Für jeden Wert von k ist der Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f_k und der Geraden zu $y = 37$ zwischen 0 und z, $z > 0$, gegeben durch $\int_0^z \left(f_k(t) - 37\right) dt = \left[F_k(t) - 37t\right]_0^z = \frac{3}{2k} - \frac{3}{2k} \cdot e^{-k \cdot z^2}$. Für $z \to \infty$ strebt $\frac{3}{2k} \cdot e^{-k \cdot z^2}$ mit $k > 0$ gegen 0. Damit gilt: $A(k) = \lim\limits_{z \to \infty} \int_0^z \left(f_k(t) - 37\right) dt = \frac{3}{2k}$.	II	6	
	Die Gleichung $f_k{}'(t) = 0$ liefert für $t \geq 0$ und $k > 0$ die einzige Lösung $t_H = \frac{1}{\sqrt{2k}}$. Damit ist $H\left(t_H \middle| f_k(t_H)\right)$ der Hochpunkt des Graphen von f_k. Die Graphen von f_k beschreiben einen Temperaturverlauf ohne Fieber, wenn die Funktionswerte alle kleiner als 37,9 sind. Mithilfe der Rechnerfunktionen ermittelt man die Schnittstelle s des Graphen der Funktion h mit $h(k) = f_k(t_H)$ und der Geraden zu $y = 37{,}9$. Man erhält die einzige Lösung s mit $s \approx 2{,}044$. Für $k > s$ verläuft der Graph der Funktion h unterhalb der Geraden zu $y = 37{,}9$. Also beschreiben die Graphen von f_k für $k > s$ einen Temperaturverlauf ohne Fieber.	II / III	7	
	Summe:		**46**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 1B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	**AFB**	**BE 1**	**BE 2**
a)	Mit $f(0)=0$ und $f(1)=1$ ergibt sich die Behauptung.	I	1	
	Aus $\int_0^1 f(x)\,dx = 0{,}5$ erkennt man, dass der Weg die Gartenfläche in zwei flächeninhaltsgleiche Stücke teilt.	I	3	
	Die beiden Punkte, an denen man genau Richtung Osten läuft, entsprechen den Punkten des Graphen von f mit waagerechter Tangente. Aus $f'(x)=0$ ergeben sich die Lösungen x_1 mit $x_1 \approx 0{,}333$ und x_2 mit $x_2 \approx 0{,}667$. Durch Einsetzen in die Funktionsgleichung ermittelt man die Punkte $(x_1 \mid f(x_1))$ mit $f(x_1) \approx 0{,}556$ und $(x_2 \mid f(x_2))$ mit $f(x_2) \approx 0{,}444$. Am Wendepunkt des Graphen von f wechselt man von einer Rechtskurve in eine Linkskurve. An der Wendestelle des Graphen von f hat der Ableitungsgraph ein Minimum. Mithilfe der Rechnerfunktionen ergibt sich die Wendestelle $x_W = 0{,}5$. Mit $f(0{,}5) = 0{,}5$ ergeben sich die Koordinaten des Wendepunktes: $W(0{,}5 \mid 0{,}5)$.	I	7	
b)	Als Schnittstelle der Geraden zu $y = 0{,}6$ mit dem Graphen von f ergibt sich x_3 mit $x_3 \approx 0{,}86$. Außerdem gilt $f(1)=1$. Die Gesamtfläche lässt sich einteilen in das Rechteck A_1 und die Restfläche A_2. Für den Inhalt A der Gesamtfläche errechnet man damit $A = 0{,}4 \cdot x_3 + \int_{x_3}^{1} (1 - f(x))\,dx \approx 0{,}38$, d. h. die gesuchte Fläche ist ungefähr $0{,}38\ m^2$ groß.  	II	7	
	Der Abstand der Punkte B und W voneinander beträgt $\sqrt{(0{,}6-0{,}5)^2 + (0{,}7-0{,}5)^2} \approx 0{,}22$. Da die Reichweite der Bewässerungsanlage im Modell 0,25 m beträgt, wird der Punkt W auf dem Weg nass.	I / II	2	
	Skizze des Weges, der im Koordinatenursprung beginnt und tangential an den Graphen von f anschließt	I / II	2	

Fortsetzung Aufgabe 1B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
	Da der neue Weg an der südwestlichen Ecke der Gartenfläche beginnt und geradlinig verläuft, kann er durch die Funktion w mit $w(x) = m \cdot x$ beschrieben werden. Trifft der neue Weg ohne Knick an der Stelle a mit $a > 0$ auf den schon geplanten Weg, so muss w dort die Tangente an den Graphen von f sein. Damit ergeben sich die Bedingungen $m = f'(a)$ und $m \cdot a = f(a)$. Aus dem zugehörigen Gleichungssystem $\left\vert \begin{array}{rcl} m & = & 18a^2 - 18a + 4 \\ m \cdot a & = & 6a^3 - 9a^2 + 4a \end{array} \right\vert$ ergibt sich die Gleichung $18a^2 - 18a + 4 = 6a^2 - 9a + 4$. Daraus erhält man die Lösungen $a_1 = 0$ und $a_2 = 0{,}75$. Mit der einzigen hier relevanten Lösung a_2 erhält man die gesuchte x-Koordinate $0{,}75$.	II / III	7	
c)	Für alle Werte von b und k gilt: $g(0) = b \cdot e^{-k \cdot 0} = b$. Dies bedeutet, dass der Weg die westliche Grenze der Gartenfläche immer am Punkt $(0 \mid b)$ schneidet. Die Wahl des Parameters k hat keinen Einfluss auf diesen Schnittpunkt.	I	3	
	Damit die Gartenfläche in zwei gleich große Teilstücke aufgeteilt wird, muss gelten: $\int_0^1 1 \cdot e^{-k \cdot x}\,dx = \frac{1}{2}$. Hieraus ergibt sich die Gleichung $\frac{1}{k} - \frac{e^{-k}}{k} = \frac{1}{2}$. Mithilfe der Rechnerfunktionen ermittelt man den Näherungswert $k \approx 1{,}59$.	II	4	
	Der zum Weg passende Graph kann erzeugt werden, indem man den Graphen von g um $\frac{2}{5}$ nach unten verschiebt, ihn an der x-Achse spiegelt und anschließend wieder um $\frac{2}{5}$ nach oben verschiebt. Damit ergibt sich eine mögliche Funktionsgleichung für den Weg: $h(x) = -\left(\frac{4}{5} e^{-\frac{8}{5}x} - \frac{2}{5}\right) + \frac{2}{5}$.	II	4	
d)	Da die Kosten für die Pflege der Sträucher auf der westlichen Hälfte der Gartenfläche pro m^2 doppelt so hoch sind wie für die östliche Hälfte, muss der entsprechende Flächeninhalt mit dem Faktor 2 gewichtet werden. Der gewichtete Flächeninhalt der westlichen Strӓucherfläche beträgt $A_3 = 2 \cdot \int_0^{\frac{1}{2}} \left(e^{-x}\right) dx \approx 0{,}79$. Für die östliche Sträucherfläche beträgt der Flächeninhalt $A_4 = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(e^{-x}\right) dx \approx 0{,}24$. Damit sind die Kosten für die Pflege der Sträucher auf der westlichen Hälfte um den Faktor $\frac{A_3}{A_4} \approx 3{,}3$ teurer.	II / III	6	
	Summe:		**46**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 2A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	$P(\text{"3 Fahrgäste aus D"}) = \frac{40}{60} \cdot \frac{39}{59} \cdot \frac{38}{58} = \frac{494}{1711} \approx 0{,}289$ $P(\text{"1 Fahrgast aus D"}) = \frac{40}{60} \cdot \frac{20}{59} \cdot \frac{19}{58} + \frac{20}{60} \cdot \frac{40}{59} \cdot \frac{19}{58} + \frac{20}{60} \cdot \frac{19}{59} \cdot \frac{40}{58} = \frac{380}{1711} \approx 0{,}222$ Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland stammen, beträgt ungefähr 0,289. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nur einer der ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland stammt, beträgt ungefähr 0,222.	I	4	
	Bezeichnet man die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder mit k, so ist die Anzahl der Kinder, die ein Eis essen, $\frac{3}{4}k$, die Anzahl der Erwachsenen, die ein Eis essen, ist $\frac{1}{3} \cdot (60 - k)$. Mit $\frac{3}{4}k + \frac{1}{3} \cdot (60 - k) = 30$ folgt $k = 24$. Es nehmen 24 Kinder an der Fahrt teil.	I / II	3	
b)	Ein mögliches Argument ist, dass das Erscheinen bzw. Nichterscheinen in der Regel für einige Personen mit Reservierung (z. B. befreundete Personen) nicht unabhängig voneinander erfolgt.	I	1	
	X sei die binomialverteilte Zufallsgröße, die die Anzahl der nicht erscheinenden Personen beschreibt mit $n = 64$ und $p = 0{,}1$. Es müssen Personen abgewiesen werden, wenn weniger als vier Personen nicht erscheinen. $P(X < 4) = \sum_{k=0}^{3} \binom{64}{k} \cdot 0{,}1^k \cdot 0{,}9^{64-k} \approx 0{,}106$ Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Person mit Reservierung abgewiesen werden muss, beträgt etwa 0,106.	I / II	3	
	Y sei die binomialverteilte Zufallsgröße, die die Anzahl der nicht erscheinenden Personen beschreibt mit $n = 64$ und unbekanntem p. Mit dem Ansatz $P(Y < 4) = 0{,}01$ erhält man mit Hilfe der Rechnerfunktionen für die Wahrscheinlichkeit p die Lösung $p \approx 0{,}149$. Da mit steigendem Wert für p die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person mit Reservierung abgewiesen werden muss, sinkt, muss die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person mit Reservierung nicht erscheint, mindestens 15 % betragen.	II / III	4	

Fortsetzung Aufgabe 2A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ___________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

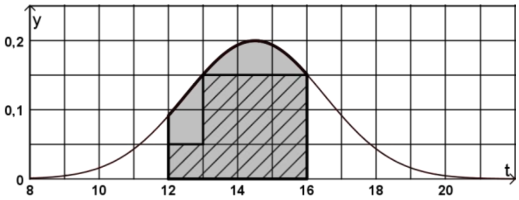
c)	$\underbrace{64\cdot 25}_{(1)}-\underbrace{800}_{(2)}-\underbrace{50\cdot\binom{64}{61}\cdot 0{,}9^{61}\cdot 0{,}1^{3}}_{(3)}-\underbrace{100\cdot\binom{64}{62}\cdot 0{,}9^{62}\cdot 0{,}1^{2}}_{(4)}-\underbrace{150\cdot\binom{64}{63}\cdot 0{,}9^{63}\cdot 0{,}1}_{(5)}-\underbrace{200\cdot 0{,}9^{64}}_{(6)}$ Einnahmen: (1) $64\cdot 25$ € Fahrpreis pro Person Ausgaben: (2) 800 € Fixkosten pro Fahrt (3) - (6) zu erwartende Kosten für Rückerstattung und Entschädigung bei 61, 62, 63 und 64 erscheinenden Personen (jeweils Auszahlung multipliziert mit Wahrscheinlichkeit) Subtrahiert man die Ausgaben von den Einnahmen, erhält man den gegebenen Term für den zu erwartenden Gewinn.	II	5	
	Werden nur 62 Reservierungen angenommen, sinken die Einnahmen, es sind aber auch nur für zwei Fälle Kosten für Rückerstattungen und Entschädigungen zu erwarten. 61 erscheinende Personen: $(25+25)\cdot\binom{62}{61}\cdot 0{,}9^{61}\cdot 0{,}1=50\cdot\binom{62}{61}\cdot 0{,}9^{61}\cdot 0{,}1$ 62 erscheinende Personen: $2\cdot(25+25)\cdot 0{,}9^{62}=100\cdot 0{,}9^{62}$ Damit gilt für den zu erwartenden Gewinn: $62\cdot 25-800-50\cdot\binom{62}{61}\cdot 0{,}9^{61}\cdot 0{,}1-100\cdot 0{,}9^{62}\approx 749{,}35<792{,}20$. Für das Unternehmen lohnt es sich nicht, nur noch 62 Reservierungen zuzulassen.	II / III	4	
	Summe:		**24**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 2B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	**AFB**	**BE 1**	**BE 2**
a)	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an diesem Tag genau 210 Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad besuchen, beträgt etwa $2{,}2\%$.	I	2	
	$P(X>210)=\sum_{k=211}^{2000}\binom{2000}{k}\cdot 0{,}1^k\cdot 0{,}9^{2000-k}\approx 21{,}6\%$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa $21{,}6\%$ besuchen an diesem Tag mehr als 210 Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad.	I	2	
	Es ist $\mu=2000\cdot 0{,}1=200$ und $\frac{1}{2}\sigma=\frac{1}{2}\sqrt{2000\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9}\approx 6{,}7$. Untersucht wird folglich das Intervall $[207;2000]$. $P(207\le X\le 2000)=\sum_{k=207}^{2000}\binom{2000}{k}\cdot 0{,}1^k\cdot 0{,}9^{2000-k}\approx 31{,}1\%$ Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X mindestens eine halbe Standardabweichung größer als der Erwartungswert ist, beträgt etwa 31,1 %.	I / II	4	
	Gesucht ist das größte k mit $P(X<k)<0{,}1$. Systematisches Probieren führt auf $P(X<183)\approx 0{,}09$ und $P(X<184)\approx 0{,}11$. Somit ist $k=183$ der gesuchte Wert.	II / III	3	
	Ein mögliches Zufallsexperiment lautet: Zwei Jahreskartenbesitzer werden zufällig ausgewählt und es wird ermittelt, ob sie an diesem Tag das Schwimmbad besuchen. Ein mögliches Ereignis lautet: Am betrachteten Tag wird das Schwimmbad entweder von beiden ausgewählten Personen besucht oder von keiner der beiden.	II / III	2	
b)	Der gesuchte Zeitraum beginnt um 14:00 Uhr und endet um 15:00 Uhr.	I	1	
	Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Badegast an diesem Tag das Schwimmbad zwischen 12:00 Uhr und 16:00 Uhr betritt.  Dieser Inhalt ist größer als der Inhalt der schraffierten Fläche, der $10\cdot 1\cdot 0{,}05=0{,}5$ beträgt. Folglich ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit größer als 50%.	II	4	
	Die Zufallsgröße Y gibt den Zeitpunkt des Eintreffens an. Der Ansatz $P(7\le Y\le k)=\frac{1500}{2500}$ liefert $k\approx 15$, d. h. mit dem Eintreffen des 1500. Badegasts ist etwa um 15:00 Uhr zu rechnen.	II / III	3	
	Die Argumentation wird dem Sachzusammenhang nicht gerecht, denn es gilt: $1-P(7\le Y\le 21)\approx 0{,}1\%$. Dem Betreten des Bads außerhalb der Öffnungszeiten wird durch die Verteilung also eine vernachlässigbar kleine Wahrscheinlichkeit zugeordnet.	I / II	3	
	Summe:		**24**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 3A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

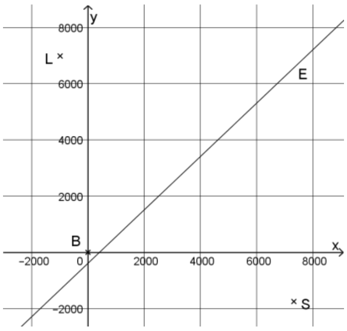
(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

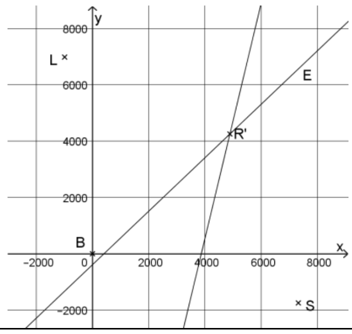
	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	Der Punkt $(7320 \mid -1750 \mid 50)$ stellt die Position der Drohne 50 m vertikal über dem Startplatz dar. Mit $\overrightarrow{SL} = \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix}$ erhält man den Richtungsvektor der Geraden g, der die Flugrichtung beschreibt.	I	2	
	Mit dem Ansatz $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 7320 \\ -1750 \\ 50 \end{pmatrix} + 0{,}3 \cdot \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix}$ erhält man $P(4827 \mid 872 \mid 50)$.	I	2	
	Für die Geschwindigkeit ergibt sich: $\frac{1}{1000}\left\|\overrightarrow{SL}\right\| = \frac{1}{1000} \cdot \left\| \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| \approx 12{,}1$. Die Drohne fliegt also mit einer Geschwindigkeit von etwa 12,1 Meter pro Sekunde.	I / II	2	
b)	Der Abstand d der Drohne zur Bodenstation ergibt sich zu $d = \left\| \begin{pmatrix} 7320 \\ -1750 \\ 50 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(7320 - 8310r)^2 + (-1750 + 8740r)^2 + 50^2}$. Mithilfe der Rechnerfunktionen erhält man: Für $u_1 \le r \le u_2$ mit $u_1 \approx 0{,}1601$ und $u_2 \approx 0{,}8867$ gilt $d \le 6000$. Die Berechnung der Flugstrecke für die Flugdauer zwischen u_1 und u_2 ergibt $\left\| (u_2 - u_1) \cdot \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| \approx 8763$. Die zugehörige Strecke ist also länger als 8500 m.	II	5	
	Die Richtung der geänderten Flugbahn ist gegeben durch $\overrightarrow{QA} = \begin{pmatrix} 54 \\ 64 \\ -50 \end{pmatrix}$. Mit dem Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ der xy-Ebene gilt für den Neigungswinkel φ: $\sin(\varphi) = \frac{\overrightarrow{QA} \cdot \vec{n}}{\left\|\overrightarrow{QA}\right\| \cdot \left\|\vec{n}\right\|} = \frac{-50}{\sqrt{9512}}$. Somit erhält man $\varphi \approx -30{,}8^\circ$. Der Neigungswinkel beträgt etwa 31°.	I / II	3	
	Die für die Strecke zwischen Q und A benötigte Zeit ist durch $\frac{\left\|\overrightarrow{QA}\right\|}{5}$ gegeben. Die Änderung der Flughöhe beträgt demnach: $50 : \frac{\left\|\overrightarrow{QA}\right\|}{5} = \frac{250}{\sqrt{9512}} \approx 2{,}6$. Die Flughöhe verringert sich pro Sekunde um etwa 2,6 Meter.	II / III	3	

Fortsetzung Aufgabe 3A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

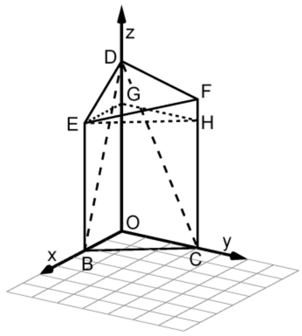
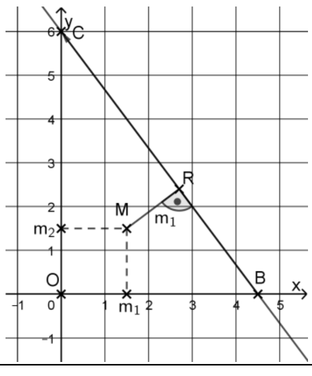
<table>
<tr><td>c)</td><td>Mit $\overrightarrow{SL} = \begin{pmatrix} -8310 \\ 8740 \\ 0 \end{pmatrix}$ als Normalenvektor hat die Gleichung von E die Form
$-8310x + 8740y = c$. Der in E liegende Mittelpunkt M von $\overline{SL}$ ergibt sich aus
$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{OL}) = \begin{pmatrix} 3165 \\ 2620 \\ 0 \end{pmatrix}$ zu $M(3165 \mid 2620 \mid 0)$. Damit gilt
$-8310 \cdot 3165 + 8740 \cdot 2620 = c \Leftrightarrow c = -3402350$.
Für E erhält man z. B. die Gleichung $-8310x + 8740y = -3402350$.</td><td>I / II</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>

Der Punkt, der sich ergibt, wenn man R parallel zur z-Achse in die xy-Ebene verschiebt, wird mit R' bezeichnet. Da R den gleichen Abstand von S und B hat, liegt R' auf der Mittelsenkrechten von $\overline{SB}$. Der Schnittpunkt dieser Mittelsenkrechten und der Geraden, die E darstellt, liefert die x- und y-Koordinate von R, die z-Koordinate ist 50.

</td><td>II / III</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2" align="right">Summe:</td><td></td><td>24</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.</td></tr>
</table>

Aufgabe 3B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	**AFB**	**BE 1**	**BE 2**
a)	Da die Seitenflächen senkrecht auf der xy-Ebene stehen, sind auch die Kanten senkrecht zur xy-Ebene und die Punkte G und D sowie F und H liegen somit auf zueinander parallelen Kanten des Körpers. Also sind die Strecken $\overline{GD}$ und $\overline{FH}$ zueinander parallel und das Viereck ist ein Trapez. Den angegebenen Koordinaten der Punkte entnimmt man die erforderlichen Streckenlängen und erhält für den Flächeninhalt: $\frac{\lvert\overline{DG}\rvert+\lvert\overline{FH}\rvert}{2}\cdot\lvert\overline{GH}\rvert=\frac{3+1{,}5}{2}\cdot 6=13{,}5$. Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 13,5.	I	3	
	W schneidet die Kante $\overline{OD}$ im Punkt $D(0\mid 0\mid 12)$ und die Kante $\overline{CF}$ im Punkt $C(0\mid 6\mid 0)$.  	II	4	
	Der Schnittpunkt S liegt auf der Geraden durch G und H mit der Gleichung $\vec{x}=\overrightarrow{OG}+s\cdot\overrightarrow{GH}=\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}0\\6\\0\end{pmatrix}$ sowie auf der Geraden durch C und D mit der Gleichung $\vec{x}=\overrightarrow{OC}+t\cdot\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix}0\\6\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\-6\\12\end{pmatrix}$. Ein Vergleich der z-Koordinaten liefert $t=\frac{3}{4}$ und damit die Koordinaten des Punktes S zu $S(0\mid 1{,}5\mid 9)$. Also teilt S die Strecke $\overline{GH}$ im Verhältnis $1:3$.	I / II	4	
b)	Das Dreieck OBC ist rechtwinklig im Punkt O und B liegt auf der x-Achse und C auf der y-Achse. M liegt somit auf der Winkelhalbierenden des rechten Winkels und es ist $m_1=m_2$.	I	2	
	 	II / III	5	

Fortsetzung Aufgabe 3B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Schülerleistungen	AFB	BE 1	BE 2
c)	$\vec{n}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor der xy-Ebene. Aus $\sin(30°)=\frac{\lvert\vec{v}\cdot\vec{n}\rvert}{\lvert\vec{v}\rvert\cdot\lvert\vec{n}\rvert}=\frac{\left\lvert\begin{pmatrix}-4,5\\6-6u\\12u\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\rvert}{\left\lvert\begin{pmatrix}-4,5\\6-6u\\12u\end{pmatrix}\right\rvert\cdot 1}=\frac{\lvert 12u\rvert}{\sqrt{4,5^2+(6-6u)^2+(12u)^2}}$ folgen die Lösungen $u_1\approx-0,5$ und $u_2\approx 0,3$.	I / II	3	
	Z.B. erfüllen die Koordinaten des Punktes $(4,5\,\vert\,-6\,\vert\,12)$ die Gleichung von W. Einsetzen in die Gleichung von g_u liefert jedoch das Gleichungssystem $\begin{pmatrix}4,5\\-6\\12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4,5\\0\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-4,5\\6-6u\\12u\end{pmatrix}$, was keine Lösung besitzt. Damit liegt der Punkt nicht auf g_u.	II / III	3	
Summe:			**24**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Zum **Erwartungshorizont**:

Der Erwartungshorizont skizziert mögliche Lösungswege. Je nach gewähltem Lösungsansatz sind häufig auch alternative Bearbeitungen der Aufgabenstellungen denkbar, die bei fachlicher Richtigkeit und angemessener Berücksichtigung der Operatoren mit entsprechenden Bewertungseinheiten zu bewerten sind.
Die rechts stehenden Bewertungseinheiten sind jedoch verbindlich. Bei der Korrektur, Bewertung und Beurteilung sind die Bemerkungen gemäß der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife vom 18.10.2012 (Abschnitt 3.2.1.3 Bewertung der Prüfungsleistung) zu beachten.

Werden mindestens 75 % der Bewertungseinheiten erreicht, so ist davon auszugehen, dass Leistungen in allen drei Anforderungsbereichen erbracht worden sind.
Werden mindestens 45 % der Bewertungseinheiten erreicht, so ist davon auszugehen, dass Leistungen über den Anforderungsbereich I hinaus erbracht worden sind.

Folgender **Bewertungsmaßstab** ist bezogen auf die Gesamtzahl von 120 BE anzuwenden:

Ab Prozent	**95**	**90**	**85**	**80**	**75**	**70**	**65**	**60**	**55**	**50**	**45**	**40**	**33**	**27**	**20**	**00**
Punkte	**15**	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**	**09**	**08**	**07**	**06**	**05**	**04**	**03**	**02**	**01**	**00**

Bezug der Wahlaufgaben zum Kerncurriculum und zu den Bildungsstandards:

Wahl-aufgabe			Leitidee						Allgemeine mathematische Kompetenzen					
			L1	L2	L3	L4	L5		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1A	a		x	x		x			x		x		x	x
	b		x	x		x			x	x	x	x	x	x
	c		x	x		x				x	x	x	x	x
	d		x	x		x			x	x	x	x	x	x
1B	a		x	x		x			x		x	x	x	x
	b		x	x		x			x	x	x	x	x	x
	c		x	x		x				x	x	x	x	x
	d		x	x		x			x		x	x	x	x
2A	a		x				x			x	x		x	x
	b					x	x		x	x	x		x	x
	c					x	x			x		x	x	x
2B	a		x	x		x	x		x	x	x	x	x	x
	b		x	x		x	x		x	x	x	x	x	x
3A	a		x	x	x	x			x	x	x		x	x
	b		x	x	x					x	x		x	x
	c		x		x				x	x		x	x	x
3B	a		x	x	x				x			x	x	x
	b		x	x	x					x		x	x	
	c		x	x	x				x	x		x	x	x