Aufgabe 1A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	Im Intervall [1;3] beträgt der maximale Funktionswert 0,5. Die maximale Höhe der Bahn beträgt 0,5 m.	I	3	
	$f(1)=0$ und $f'(1)=0$. Der Übergang zur Welle ist sprung- und knickfrei.	I	3	
	Der Graph von f hat im betrachteten Intervall seine größte Steigung an der Stelle, an der die Ableitung im betrachteten Intervall ihr Maximum besitzt. Man erhält die Stelle x_1 mit $x_1 \approx 1{,}42$ und damit $f'(x_1) \approx 0{,}77 < 0{,}8$. Die Bedingung wird also von der Welle erfüllt.	I/II	5	
b)	Aus $q(5) = -0{,}62$ folgt, dass der Ball nicht direkt im Loch landet.	I	2	
	q(x) = 0 liefert für $x > 1{,}42$ die einzige Lösung x_1 mit $x_1 \approx 4{,}43$. Mit $q'(x_1) \approx -0{,}92$ folgt aus $\tan(\alpha) = q'(x_1)$ der Winkel $\alpha \approx -42{,}6°$. Der Ball trifft ungefähr unter einem Winkel von 43° auf die Bahn.	II	5	
	Der vertikale Abstand wird durch die Funktion d mit $d(x) = q(x) - f(x)$ beschrieben. Mithilfe der Rechnerfunktionen ermittelt man das Maximum von etwa 0,74. Der maximale vertikale Abstand des Balles zur Welle beträgt somit etwa 0,74 m.	II	4	
c)	$A = \int_1^3 f(x)\,dx \approx 0{,}53$ Somit ergeben sich Materialkosten in Höhe von etwa $A \cdot 40\,€ \approx 21{,}33\,€$.	I/II	4	
	Aufgrund der Symmetrie des Farbstreifens sind die Flächenstücke links und rechts der Geraden mit der Gleichung x = 2 gleich groß, haben also jeweils einen Flächeninhalt von 0,15 m². Die Lösung der Gleichung liefert somit die rechte Begrenzung des farbigen Streifens. Der Abstand von k zur Stelle 2 entspricht der halben Breite des Streifens.	II/III	4	
d)	Aufgrund der Achsensymmetrie zur Geraden mit x = 2 gilt $g'(2) = 0$ sowie $g'(3) = g'(1) = 0$. Der Graph von g' hat somit mindestens 3 Nullstellen, g ist also mindestens vierten Grades.	II/III	4	
	Summe:		**34**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 1B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	$f(0{,}5) = 0{,}15625$ Das Aktivitätsmaß beträgt etwa 0,16.	I	2	
	Markierung des Intervalls von etwa 0,7 bis etwa 1,3 auf der x-Achse.	I	2	
	Aus f(x) = 0,4 ergibt sich $x_1 \approx 0{,}87$. Für alle Werte, die größer als etwa 0,87 sind, ist das Maß größer als 0,4.	I	3	
	Durchschnittliche Änderungsrate: $\frac{f(2)-f(0)}{2} = 0{,}5$. Aus $f'(x) = 0{,}5$ ergibt sich mithilfe der Rechnerfunktionen $x_1 \approx 0{,}423$ und $x_2 \approx 1{,}577$. Die gesuchten Eingangswerte sind also etwa 0,42 und 1,58.	I/II	5	
b)	Der Graph von f hat im betrachteten Intervall seine größte Steigung an der Stelle, an der die Ableitung im betrachteten Intervall ihr Maximum besitzt. Mithilfe der Rechnerfunktionen ergibt sich die Stelle 1. Also liegt in der Intervallmitte die größte Steigung vor und das Kriterium ist erfüllt.	I/II	4	
	$\int_0^2 f(x)\,dx = 1$ und $\int_0^1 f(x)\,dx = 0{,}1875 < 0{,}2$. Das Kriterium ist also erfüllt.	II	4	
c)	$x_2 = x_3$ führt auf a = 2.	I/II	2	
	Mit $f_a(2) = 10 - 4a$ ergibt sich: $10 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = 2{,}5$.	II	3	
	Aus dem Ansatz $2 \cdot x_2 = x_3$ ergibt sich $2\left(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}\right) = \frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$. a_1 mit $a_1 \approx 2{,}1$ ist eine Lösung der Gleichung. Für $a = a_1$ liegt eine Nullstelle genau in der Mitte zwischen den beiden anderen.	II/III	4	
	$f_a'\left(\frac{a}{3}\right) = 1 - \frac{a^2}{3}$ $1 - \frac{a^2}{3} = -1 \Leftrightarrow a^2 = 6$ Diese quadratische Gleichung hat eine positive Lösung. Also gibt es einen Wert von a > 0, für den die Forderung erfüllt ist.	II/III	5	
	Summe:		**34**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 2A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	In diesem Spiel lassen sich aus den Zahlen 1 und 2 als Summe die Zahlen 2, 3 und 4 bilden.	I	1	
	Mögliches Ereignis: Beim einmaligen Spielen werden 2 € oder 4 € ausgezahlt.	I	2	
	$E(X) = 2 \cdot \frac{25}{36} + 3 \cdot \frac{10}{36} + 4 \cdot \frac{1}{36} = \frac{7}{3} < 3$ Das Spiel ist nicht fair.	I/II	4	
	z beschreibt den gesuchten Zahlenwert. <table><tr><td>k</td><td>2</td><td>1 + z</td><td>z + z</td></tr><tr><td>P(X = k)</td><td>$\frac{25}{36}$</td><td>$\frac{10}{36}$</td><td>$\frac{1}{36}$</td></tr></table>$2 \cdot \frac{25}{36} + (1+z) \cdot \frac{10}{36} + (z+z) \cdot \frac{1}{36} = 5$ liefert die Lösung z = 10.	II/III	4	
b)	Die Zufallsgröße Y beschreibt die Anzahl der Spiele, bei denen 4 € ausgezahlt werden. Sie kann mit n = 10 und $p = \frac{1}{36}$ als binomialverteilt angenommen werden. Die Wahrscheinlichkeit für mindestens 2 Spiele mit einer Auszahlung von 4 € beträgt $P(Y \geq 2) \approx 0{,}03$.	I/II	3	
	Der Term beschreibt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 10 Spielen mindestens einmal 4 € ausgezahlt werden.	II	3	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 2B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

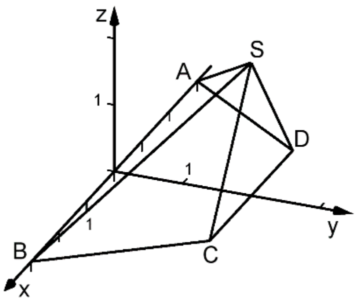
	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	$\bar{x} \approx 8{,}70$, $s \approx 0{,}16$	I	2	
	Die Anzahl der Pralinen ist bei beiden Maschinen gleich. Im Vergleich zu Maschine A gibt es bei Maschine B jeweils zwei Pralinen, die um 0,2 g schwerer bzw. 0,2 g leichter sind. Damit ist das arithmetische Mittel der Pralinenmasse bei Maschine A und B gleich.	I	2	
b)	X: Anzahl der Pralinen, die 2. Wahl sind X ist binomialverteilt mit n = 150 und p = 0,18. $P(X \le 20) \approx 0{,}080$ Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens 20 Pralinen 2. Wahl sind, beträgt etwa 8,0 %.	I/II	3	
	Mit der unbekannten Anzahl n soll gelten: $P(X \ge 1) > P(X = 0)$. Daraus folgt $P(X = 0) < 0{,}5 \Leftrightarrow 0{,}82^n < 0{,}5$. Die Gleichung $0{,}82^n = 0{,}5$ hat die Lösung $n = 3{,}4...$ Je größer n ist, desto kleiner ist die linke Seite der Gleichung. Es müssen also mindestens 4 Pralinen entnommen werden.	II/III	5	
	Für den unbekannten Anteil p der Pralinen 2. Wahl ergibt sich aus $\left\lvert \frac{42}{300} - p \right\rvert \le 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{300}}$ das Vertrauensintervall [0,105… ; 0,183…]. Da das 95 %-Vertrauensintervall die 11 % überdeckt, sollte die Annahme des Herstellers nicht angezweifelt werden.	II	5	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 3A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ____________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	**AFB**	**BE 1**	**BE 2**
a)	 An den Koordinaten von C und D erkennt man, dass C und D in der xy-Ebene und symmetrisch zur y-Achse liegen. Da S die x-Koordinate null hat, liegt S in der yz-Ebene. Daraus folgt, dass das Dreieck SCD gleichschenklig ist.	I I/II	3 2	
b)	Die Grundfläche ABCD liegt in der xy-Ebene. Normalenvektor der xy-Ebene: $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$. $\sin(\alpha)=\frac{\begin{pmatrix}21\\10\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\lVert\begin{pmatrix}21\\10\\2\end{pmatrix}\right\rVert\cdot\left\lVert\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\rVert}=\frac{2}{\sqrt{545}}\Rightarrow\alpha\approx 4{,}9^\circ$. Die Gerade h mit $h:\vec{x}=\begin{pmatrix}1{,}5\\2\\0\end{pmatrix}+m\cdot\begin{pmatrix}-1{,}5\\0\\2\end{pmatrix}$ verläuft durch C und S. $g\cap h$ liefert $m=\frac{1}{5}$. Die Gerade g teilt die Pyramidenkante $\overline{CS}$ im Verhältnis 1:4.	I/II II	3 4	
c)	Das Dreieck ABS_k ist am Punkt S_k rechtwinklig, wenn gilt: $\overrightarrow{AS_k}\cdot\overrightarrow{BS_k}=0$. $\overrightarrow{AS_k}=\begin{pmatrix}3\\4-\frac{4}{5}k\\\frac{4}{5}k\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BS_k}=\begin{pmatrix}-3\\4-\frac{4}{5}k\\\frac{4}{5}k\end{pmatrix}$ Die Gleichung $\overrightarrow{AS_k}\cdot\overrightarrow{BS_k}=0$ hat die Lösungen k_1 mit $k_1\approx 1{,}62$ und k_2 mit $k_2\approx 3{,}38$. Es gibt also Pyramiden, bei denen das Dreieck ABS_k am Punkt S_k rechtwinklig ist.	II/III	5	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Aufgabe 3B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: ________________

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	$\vec{n}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-3\end{pmatrix}=0 \wedge \vec{n}\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\\2\end{pmatrix}=0 \quad\Rightarrow\quad \vec{n}$ ist ein Normalenvektor von E. Wegen $\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix}+0\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}+0\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-3\end{pmatrix}+(-1)\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\\2\end{pmatrix}$ ist S ein gemeinsamer Punkt von g und E. $\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}=-4 \quad\Rightarrow\quad \vec{n}$ und der Richtungsvektor von g sind nicht orthogonal. Die Gerade g und die Ebene E haben also genau einen Schnittpunkt.	I/II	6	
	Einsetzen der Koordinaten von g in die Gleichung von H ergibt $3\cdot(1-2r)+2\cdot(1+r)-4=3$ und damit r = - 0,5. Der Schnittpunkt von g und H ist damit T(2 | 0,5 | - 4). Abstand von S und T: $\sqrt{(1-2)^2+(1-0{,}5)^2+(-4-(-4))^2}\approx 1{,}1$	I/II	4	
b)	Einsetzen der Koordinaten von P in die Gleichung von F ergibt (2 + a)·2,5 = 3a + 4 und damit a = 2.	I/II	3	
	Ein Punkt Z(0 | 0 | z) der z-Achse liegt in F, wenn (2 + a)·z = 3a + 4 und damit $a=\frac{4-2z}{z-3}$ gilt. Nur für den Punkt (0 | 0 | 3) gibt es keinen Wert für a, sodass (0 | 0 | 3) der Schnittpunkt von F mit der z-Achse ist.	II/III	4	
	Summe:		**17**	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Zum **Erwartungshorizont**:

Der Erwartungshorizont ist Grundlage der Bewertung. Er nennt zentrale Aspekte der erwarteten Prüfungsleistung. Die jeweils angegebenen Bewertungseinheiten (BE) können in vollem Umfang nur vergeben werden, wenn die Lösung die im Erwartungshorizont aufgeführten inhaltlichen Teilaspekte umfasst und auch Schlüssigkeit in der Argumentation aufweist.
Je nach gewähltem Lösungsansatz sind häufig alternative Bearbeitungen der Aufgabenstellungen denkbar, die entsprechend ihrer fachlichen Richtigkeit angemessen zu bewerten sind.
Die rechts stehenden Bewertungseinheiten sind verbindlich. Bei der Vergabe der Bewertungseinheiten (BE) sind halbe BE zulässig.
Bei der Korrektur, Bewertung und Beurteilung sind die Bemerkungen gemäß der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife vom 18.10.2012 (Abschnitt 3.2.1.3 Bewertung der Prüfungsleistung) zu beachten.

Folgender **Bewertungsmaßstab** ist bezogen auf die Gesamtzahl von 88 BE anzuwenden:

Ab Prozent	**95**	**90**	**85**	**80**	**75**	**70**	**65**	**60**	**55**	**50**	**45**	**40**	**33**	**27**	**20**	**00**
Punkte	**15**	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**	**09**	**08**	**07**	**06**	**05**	**04**	**03**	**02**	**01**	**00**

Bezug der Wahlaufgaben zum Kerncurriculum und zu den Bildungsstandards:

Wahl-aufgabe		Leitidee					Allgemeine mathematische Kompetenzen					
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1A	a	X			X				X	X	X	X
	b	X	X		X				X	X	X	X
	c	X	X		X		X		X	X	X	X
	d				X		X	X			X	X
1B	a	X	X		X				X	X	X	X
	b		X		X		X		X		X	X
	c	X	X		X			X		X	X	X
2A	a	X			X	X	X	X			X	X
	b					X			X		X	X
2B	a		X			X	X			X	X	X
	b		X		X	X		X		X	X	X
3A	a			X			X			X		X
	b	X	X	X						X	X	
	c	X	X	X			X			X	X	
3B	a		X	X				X		X	X	X
	b		X	X			X	X				X